

Imię i nazwisko studenta: Krzysztof Leszczyński Nr albumu: 185639 Poziom kształcenia: Studia drugiego stopnia Forma studiów: stacjonarne Kierunek studiów: Automatyka, robotyka i systemy sterowania Specjalność: Informatyka w Systemach Sterowania

Imię i nazwisko studenta: Konrad Kućmański Nr albumu: 187085 Poziom kształcenia: Studia drugiego stopnia Forma studiów: stacjonarne Kierunek studiów: Automatyka, robotyka i systemy sterowania Specjalność: Informatyka w Systemach Sterowania

**PRACA DYPLOMOWA MAGISTERSKA**

Tytuł pracy w języku polskim: Synteza sterowania wybranym obiektem dynamicznym i nieliniowym

Tytuł pracy w języku angielskim: Control synthesis of a selected dynamic and non-linear object

Opiekun pracy: dr hab. inż. Robert Piotrowski



Student’s name and surname: Krzysztof Leszczyński ID: 185639 Cycle of studies: postgraduate Mode of study: Full-time studies Field of study: Automation, Robotics and Control Systems Specialization: Informatics in Control Systems

Student’s name and surname: Konrad Kućmański ID: 187085 Cycle of studies: postgraduate Mode of study: Full-time studies Field of study: Automation, Robotics and Control Systems Specialization: Informatics in Control Systems

**MASTER'S THESIS**

Title of thesis: Control synthesis of a selected dynamic and non-linear object

Title of thesis (in Polish): Synteza sterowania wybranym obiektem dynamicznym i nieliniowym

Supervisor: dr hab. inż. Robert Piotrowski

**STRESZCZENIE**

Celem pracy było zaprojektowanie sterowania wybranym obiektem dynamicznym i nieliniowym. W celach badawczych zastosowano trzy układy sterowania (każdy z innym typem regulatora) oraz przetestowano je w różnych warunkach symulacyjnych (z występowaniem zakłóceń stałych lub zmiennych oraz bez występujących zakłóceń). W celu przetestowania układu w warunkach zbliżonych do warunków rzeczywistych, wykorzystano model w środowisku Matlab/SIMULINK, który został zamodelowany na podstawie nieliniowego układu równań. Praca zawiera syntezę sterowania wybranym modelem przy wykorzystaniu różnych układów regulacji, oraz różnych zakłóceń wpływających na model obiektu. Do realizacji celu pracy stworzono odpowiednie modele w środowisku symulacyjnym oraz dokonano przeglądu literatury w celu zdobycia informacji niezbędnych do uzyskania satysfakcjonujących wyników syntezy sterowania.

**Słowa kluczowe:** regulator, synteza, sterowanie, przebiegi, optymalizacja, nastawy, architektura, PID, model, silnik

**Dziedzina nauki i techniki zgodnie z wymogami OECD:**

Informatyka, inżynieryjna, elektronika, elektrotechnika,

**ABSTRACT**

The aim of this work was to design a control synthesis for a selected dynamic and nonlinear object. For research purposes, three control systems (each with a different type of controller) were applied and tested under various simulation conditions (with the presence of constant or variable disturbances, as well as without disturbances). To test the system under conditions similar to real-world scenarios, a model was used in the Matlab/SIMULINK environment, which was based on a nonlinear system of equations. The work includes the control synthesis of the selected model using different control systems and various disturbances affecting the object's model. To achieve the objective of the study, appropriate models were created in the simulation environment, and a literature review was conducted to gather the necessary information for obtaining satisfactory control synthesis results.

**Keywords:** controller, synthesis, control, waveforms, optimization, settings, architecture, PID, model, engine

**SPIS TREŚCI**

[WYKAZ NAJWAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW (Konrad Kućmański) 6](#_Toc189206099)

[1. WSTĘP (Krzysztof Leszczyński) 7](#_Toc189206100)

[1.1 Informacje ogólne (Krzysztof Leszczyński) 7](#_Toc189206101)

[1.2 Ogólny przegląd literatury (Konrad Kućmański) 8](#_Toc189206102)

[1.3 Cel i zakres pracy (Krzysztof Leszczyński) 8](#_Toc189206103)

[1.4 Struktura pracy (Krzysztof Leszczyński) 8](#_Toc189206104)

[2. OPIS OBIEKTU STEROWANIA I JEGO MODEL (Konrad Kućmański) 9](#_Toc189206105)

[2.1 Budowa i działanie obcowzbudnego silnika prądu stałego (Konrad Kućmański) 9](#_Toc189206106)

[2.2 Opis obiektu za pomocą równań matematycznych (Konrad Kućmański) 14](#_Toc189206107)

[2.2 Wyprowadzenie modelu (Konrad Kućmański) 17](#_Toc189206108)

[2.3 Dobór obiektu i parametrów (Konrad Kućmański) 25](#_Toc189206109)

[WYKAZ LITERATURY 28](#_Toc189206110)

# WYKAZ NAJWAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

– natężęnie prądu –strumień magnetyczny – napięcie – rezystancja   
 – indukcyjność

– moment

– siła elektromotoryczna  
 – czas

– sygnał wejściowy,

– zmienna stanu,

– sygnał wyjściowy,  
 – prędkość kątowa .

# 1. WSTĘP

## 1.1 Informacje ogólne

Automatyka jest powszechnym zjawiskiem we współczesnym, zrobotyzowanym i technologicznie zaawansowanym świecie. Nieustanny wyścig oraz pogoń za najnowocześniejszą technologią wywiera ogromny wpływ na ogólny rozwój automatyki oraz robotyki. Jest to dziedzina nauki, która między innymi zajmuje się sterowaniem procesem lub obiektem. Jest ona ściśle związana z eliminacją udziału człowieka w procesach żmudnych, powtarzalnych oraz takich, które potrzebują dużej precyzji. Ułatwia ona osiąganie zadowalających rezultatów, które mogą być opisane poprzez wskaźniki jakości sterowania. Z automatyką ściśle związane są układy regulacji, które są niezbędne do utrzymania i kontrolowania pożądanych parametrów systemów.  Syntaza to to samo co projektowanie (synteza = projektowanie) Synteza jest to proces projektowania układu sterowania tak, aby osiągnąć określone cele i zachowanie systemu sterowania. Opracowujemy w nim odpowiednią strategię sterowania, aby regulować pracę obiektu, tak by ten spełnił pożądane warunki i zadania. Silnik prądu stałego jest przykładem obiektu dynamicznego. Umożliwia on implementację wielu różnych układów sterowania w zmiennych warunkach oddziaływujących na model, chociażby takich jak działanie różnego rodzaju zakłóceń o różnej mocy i wpływie na proces sterowania. Celem sterowania, w przypadku silnika prądu stałego, jest utrzymanie określonej prędkości kątowej, która jest równa prędkości zadanej, nawet gdy wpływy czynników zewnętrznych niekorzystnie wpływają na układ sterowania.

Szanowni panowie bardzo słabo to jest napisane i źle się to czyta

## 1.2 Ogólny przegląd literatury

Tematy związane z modelowaniem oraz sterowaniem obcowzbudnym silnikiem prądu stałego są omawiane zarówno w literaturze zagranicznej jak i polskiej. Trzecia pozycja [3] zawiera kluczowe prawa fizyki zachodzące w silniku prądu stałego. Autor przedstawia podstawowe równania opisujące ruch i działanie silnika. Bardziej zaawansowane podejście prezentuje pozycja czwarta [4], gdzie autor opisuje modelowanie silnika prądu stałego. Autor skupia się na rozbudowie podstawowych praw opisujących ruch i działanie obcowzbudnego prądu stałego oraz na modelu matematycznym wynikającym z tych praw.

Dasza część przy pisaniu dalszych rozdziałów 3

Panowie proszę pisać w formatce, zgodnie z wytycznymi p. Rektora – przesyłam przykładową bardzo dobrze napisaną pracę magisterską.

## 1.3 Cel i zakres pracy

Celem pracy jest synteza sterowania wybranym obiektem dynamicznym i nieliniowym. Efektem odpowiednio przeprowadzonej syntezy sterowania jest możliwie najbardziej zbliżona wartość prędkości wyjściowej do prędkości zadanej przy wpływie czynników zakłócających na model zamodelowanego silnika prądu stałego. Przedstawione zostaną trzy różne struktury układów sterowania, oraz trzy typy wpływów zewnętrznych na model obiektu silnika. Poprzez wykorzystanie każdego rodzaju zakłóceń, oraz odpowiednie zamodelowanie silnika na podstawie równań opisanych na podstawie fizyki zjawisk zachodzących w obiekcie, symulacja będzie zbliżona do warunków rzeczywistych. Model będzie stworzony w specjalistycznym środowisku komputerowym Matlab/SIMULINK. Po badaniach zostaną wyciągnięte odpowiednie wnioski opisujące jakość sterowania i skuteczność przeprowadzonej syntezy sterowania.

Zakres projektu: Zakres projektu proszę wziąć z Moja PG z Waszego tematu

* Opis budowy obcowzbudnego silnika prądu stałego
* Opis fizyki zjawisk zachodzących w obiekcie za pomocą języka matematyki
* Utworzenie modelu obcowzbudnego silnika prądu stałego
* Dobór parametrów obiektu
* Ogólny przegląd literatury
* Opis regulatora PID, ułamkowego oraz rozmytego
* Dobór parametrów regulatorów
* Synteza sterowania
* Analiza przebiegów oraz wskaźników jakości
* Zastosowanie w symulacji różnego rodzaju zakłóceń
* Wyciągnięcie wniosków na temat jakości sterowania i tabelaryczne porównanie
* rezultatów
* Analiza porównawcza wyników

## 1.4 Struktura pracy

W rozdziale drugim opisana została budowa silnika prądu stałego oraz przedstawiono opis matematyczny zjawisk fizycznych zachodzących w obiekcie.

W rozdziale trzecim zostały podane informacje ogólne dotyczące projektowania sterowania. Zostały wybrane trzy typy regulatorów, które zostały zastosowane w systemie sterowania: klasyczny PID, ułamkowy PID oraz rozmyty.

W rozdziale czwartym szczegółowo przedstawiono badania symulacyjne dla badanego układu przy zastosowaniu trzech różnych typów regulatorów (PID, ułamkowy PID, rozmyty) oraz trzech różnych typów wpływów zewnętrznych na obiekt (zakłócenia stałe, zmienne oraz brak zakłóceń wpływających na obiekt sterowania).

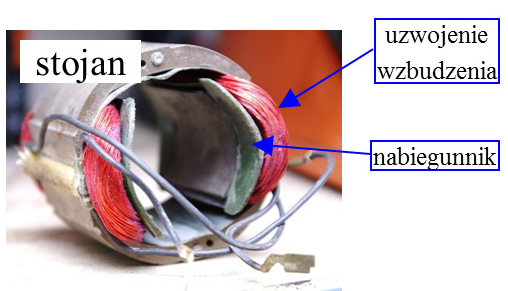
Rozdział piąty stanowi podsumowanie badań oraz wykonanej pracy.

# 2. OPIS OBIEKTU STEROWANIA I JEGO MODEL

# 2.1 Budowa i działanie obcowzbudnego silnika prądu stałego

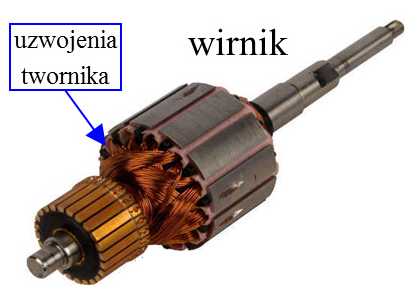
Obcowzbudny silnik prądu stałego jest maszyną elektryczną zasilaną prądem stałym, której zadaniem jest konwersja energii elektrycznej w energię mechaniczną. Tego typu silniki wykorzystywane są w takich dziedzinach jak: transport, przemysł.

Obcowzbudny silnik prądu stałego wyróżnia się wśród silników szeregowych i bocznikowych tym, że jego obwód wzbudzenia jest zasilany z zewnętrznego źródła. Silnik tego typu zbudowany jest z takich elementów jak: stojan, wirnik, komutator oraz szczotki. Stojan widoczny na rysunku 2.1 jest nieruchomą częścią złożoną z rdzenia magnetycznego wykonanego z laminowanej stali przewodzącej pole magnetyczne, uzwojeń wzbudzenia, nabiegunników kierujących pole magnetyczne ku wirnikowi oraz obudowy pomagającej w odprowadzeniu ciepła wytwarzanego wewnątrz silnika [1].



Rys. 2.1 Rysunek stojana [2]

Wirnik widoczny na rysunku 2.2, zwany również rotorem, jest ruchomą częścią umieszczoną wewnątrz stojana, składa się z uzwojeń nazywanych uzwojeniami twornika oraz rdzenia wykonanego z miękkiej stali. Uzwojenia są nawinięte na rdzeń.



Rys. 2.2 Rysunek wirnika [2]

Przez uzwojenia twornika przepływa prąd z niezależnego źródła prądu stałego nazywany prądem twornika. Wirnik ze względu na budowę jest swego rodzaju elektromagnesem. Przez uzwojenia wzbudzenia również przepływa prąd z niezależnego źródła prądu stałego nazywany prądem wzbudzenia. Źródło prądu wzbudzenia nie jest tym samym źródłem, z którego pochodzi prąd twornika. Przepływ prądu wzbudzenia przez uzwojenia w stojanie wytwarza stałe pole magnetyczne, to zjawisko opisuje prawo Ampere’a (2.1).

Prawo Ampere’a jest wyrażane zależnością [1]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

gdzie:

- indukcja magnetyczna ,

– kontur ,

– przenikalność magnetyczna próżni ,

– prąd .

Zmiana natężenia prądu wzbudzenia oraz liczba uzwojeń wzbudzenia wpływa na siłę pola magnetycznego działającego na wirnik. Dzięki interakcji stałego pola magnetycznego z prądem twornika powstaje moment obrotowy, który powoduje ruch wirnika. Zjawisko to opisuje prawo Faradaya (2.2), które przedstawia zjawisko indukcji elektromagnetycznej, zgodnie z którym zmiana strumienia magnetycznego przez obwód powoduje wytworzenie siły elektromotorycznej. W przypadku obcowzbudnego silnika prądu stałego, ruch wirnika w polu magnetycznym stojana powoduje indukcję siły elektromotorycznej, która napędza wirnik.

Prawo Faradaya jest wyrażone zależnością [1]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |

gdzie:

- siła elektromotoryczna ,

– strumień magnetyczny ,

Kierunek, w którym odbywa się ruch obrotowy wirnika opisuje zasada Lorentza (2.3), nazywana również regułą lewej dłoni.

Zasada Lorentza wyrażona jest zależnością [1]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

gdzie:

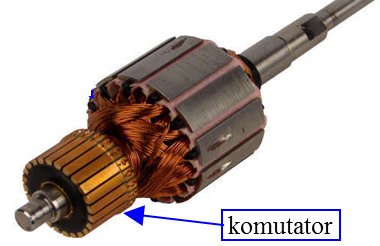
- siła Lorentza ,

– ładunek elektryczny ,

– pole elektryczne ,

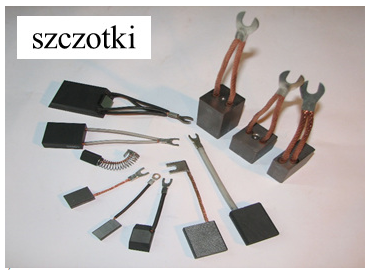
– prędkość przewodnika .

Ruch odbywa się do momentu, w którym przeciwne względem siebie bieguny stojana w nabiegunnikach i bieguny wirnika się do siebie przyciągną. Do zapewnienia ciągłego obrotu wirnika potrzebna jest zmiana polaryzacji wirnika, w tym celu należy zmienić kierunek przepływu prądu w uzwojeniu twornika. Do tego służy komutator wskazany na rysunku 2.3 zbudowany z miedzianych nie stykających się ze sobą segmentów. Każdy z nich jest połączony z odpowiednią cewką uzwojenia wirnika, co pozwala na zmianę kierunku prądu w uzwojeniach w odpowiednich momentach obrotu.



Rys. 2.3 Podsystem mechaniczny [2]

Punktem stykowym między źródłem prądu twornika a obracającym się wraz z wirnikiem komutatorem są szczotki wykonane z grafitu lub węgla. Szczotki przedstawione na rysunku 2.4 stykają się z odpowiednimi segmentami komutatora pozwalając na przepływ prądu ze źródła prądu twornika przez wirnik.



Rys. 2.4 Rysunek szczotek [2]

Kiedy szczotka odpowiedzialna za doprowadzenie prądu do wirnika traci kontakt z danym segmentem komutatora w wyniku obrotu wirnika styka się po chwili z następnym segmentem, w którym przed chwilą płynął prąd wychodzący z wirnika. Jako, że ten segment stracił kontakt ze szczotką odpowiedzialną za wyprowadzenie prądu z wirnika a zyskał kontakt ze szczotką doprowadzającą prąd do wirnika, kierunek prądu w tym uzwojeniu się zmienił powodując zamianę biegunów. Po zmianie polaryzacji bieguny przeciwne względem siebie w nabiegunnikach i uzwojeniach wirnika przyciągają się powodując kolejny obrót wirnika. Wnioskiem płynącym z tej zasady działania obcowzbudnego silnika prądu stałego oraz prawa Ohma (2.4) jest, że aby zmienić prędkość kątową wirnika należy sterować napięciem twornika. Ze względu na stałą rezystancję obwodu twornika, zmiana napięcia twornika wymusi zmianę natężenia przepływu prądu twornika przez uzwojenia wirnika.

Prawo Ohma jest wyrażone wzorem [1]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.4) |

gdzie:

- prąd ,

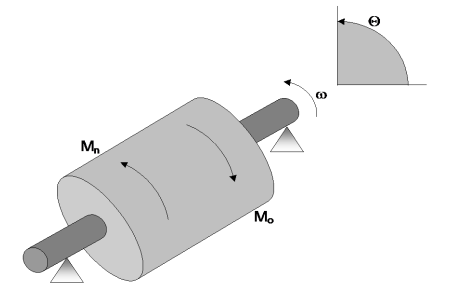
– napięcie ,

– rezystancja .

2.2 Model obcowzbudnego silnika prądu stałego

Z punktu widzenia modelowania obiekt można podzielić na trzy podstawowe podsystemy: mechaniczny, elektryczny obwodu twornika, elektryczny obwodu wzbudzenia.

Na rysunku 2.5 wyszczególniony został podsystem mechaniczny.



Rys. 2.5 Podsystem mechaniczny [4]

gdzie:

– moment napędowy ,

– moment oporowy ,

– prędkość kątowa ,

- droga kątowa .

Prawem opisującym ruch podsystemu mechanicznego jest równanie równowagi (2.5), czyli drugie prawo dynamiki Newton’a [3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.5) |

gdzie:

t - czas [s],

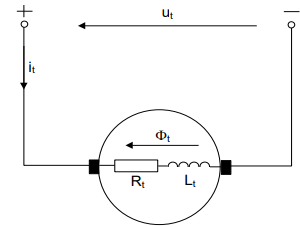
J - bezwładność wypadkowa sprowadzona do wału silnika, czyli bezwładność obejmująca wirnik silnika i części ruchome układu napędzanego ,

- prędkość kątowa wału silnika ,

- moment napędowy działający na wał silnika ,

- moment oporowy działający na wał silnika .

Na rysunku 2.6 wyszczególniony został podsystem elektryczny obwodu twornika.



Rys. 2.6 Podsystem elektryczny obwodu twornika [3]

gdzie:

– napięcie twornika ,

– prąd twornika ,

– rezystancja twornika ,

– indukcyjność twornika ,

- strumień magnetyczny twornika .

Prawem opisującym ruch podsystemu elektrycznego obwodu twornika jest równanie spójności (2.6), czyli drugie prawo Kirchhoff’a dla oczka obwodu twornika [3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.6) |

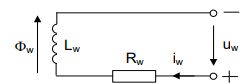
gdzie:

- napięcie podawane na uzwojenie twornika ,

- napięcie na rezystancji uzwojenia twornika ,

- napięcie na indukcyjności uzwojenia twornika .

Na rysunku 2.7 wyszczególniony został podsystem elektryczny obwodu wzbudzenia.



Rys. 2.7 Podsystem elektryczny obwodu wzbudzenia [3]

gdzie:

– napięcie wzbudzenia ,

– prąd wzbudzenia ,

– rezystancja wzbudzenia ,

– indukcyjność wzbudzenia ,

- strumień magnetyczny wzbudzenia .

Prawem opisującym ruch podsystemu elektrycznego obwodu wzbudzenia jest równanie spójności (2.7), czyli drugie prawo Kirchhoff’a dla oczka obwodu wzbudzenia [3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.7) |

gdzie:

- napięcie podawane na uzwojenie wzbudzenia ,

- napięcie na rezystancji uzwojenia wzbudzenia ,

- napięcie na indukcyjności uzwojenia wzbudzenia .

Do uzyskania modelu obcowzbudnego silnika prądu stałego trzeba wyprowadzić równania każdego z trzech podsystemów z praw opisujących ich ruch.

Do prawa opisującego podsystem mechaniczny należy wprowadzić zależności wiążące: moment napędowy działający na wał silnika, moment oporowy działający na wał silnika oraz strumień magnetyczny obwodu wzbudzenia.

Moment napędowy działający na wał silnika maszyny elektrycznej jest wyrażony wzorem [3]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.8) |

gdzie:

- stała mechaniczna ,

- strumień magnetyczny (strumień indukcji magnetycznej ) obwodu wzbudzenia .

Strumień magnetyczny obwodu wzbudzenia jest równoważny funkcji magnesowania obwodu wzbudzenia, która określana jest charakterystyką magnesowania obwodu wzbudzenia. Jej przebieg można wyrazić wzorem (2.9).

Wzór na strumień magnetyczny obwodu wzbudzenia [3]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.9) |

gdzie:

- funkcja magnesowania obwodu wzbudzenia.

Zestawiając ze sobą równania (2.5), (2.8) oraz (2.9) otrzymujemy uszczegółowione równanie ruchu podsystemu mechanicznego, które po uproszczeniu może posłużyć za część uniwersalnego modelu obcowzbudnego silnika prądu stałego.

Uszczegółowione równanie ruchu podsystemu mechanicznego [3]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.10) |

Do prawa opisującego podsystem elektryczny obwodu twornika należy wprowadzić pojęcia takie jak: napięcie na rezystancji uzwojenia twornika , siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu twornika oraz indukcyjność własna obwodu twornika.

Napięcie na rezystancji uzwojenia twornika jest wyrażone wzorem [3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.11) |

gdzie:

– rezystancja uzwojenia twornika ,

- prąd płynący przez uzwojenie twornika .

W wirujących maszynach elektrycznych napięcie na indukcyjności obwodu twornika jest w rzeczywistości siłami elektromotorycznymi indukowanymi w tym uzwojeniu.

Napięcie na indukcyjności obwodu twornika można wyrazić wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.12) |

gdzie:

- siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu twornika .

Siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu twornika jest wyrażona jako suma składowej wynikającej ze zmian w czasie strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem twornika i składowej wynikającej z ruchów zwojów uzwojenia twornika względem jakiegoś strumienia.

Siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu twornika można wyrazić wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.13) |

gdzie:

- siła elektromotoryczna indukowana transformacji uzwojenia twornika ,

- siła elektromotoryczna indukowana rotacji uzwojenia twornika .

Założenia: Składowa wynikająca z ruchów zwojów uzwojenia twornika względem jakiegoś zewnętrznego strumienia magnetycznego nie jest równa zero, ponadto z uzwojeniem twornika sprzężone są jedynie linie strumienia magnetycznego wytwarzanego przez to uzwojenie (2.16).

Składowa wynikająca z ruchów zwojów uzwojenia twornika względem jakiegoś zewnętrznego strumienia magnetycznego [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.14) |

gdzie:

– stała elektryczna ,

- prędkość kątowa wirnika silnika .

Korzystając z wcześniej wprowadzonej zależności na strumień magnetyczny obwodu wzbudzenia otrzymujemy równanie [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.15) |

Siła elektromotoryczna indukowana transformacji uzwojenia twornika wyrażona jest wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.16) |

gdzie:

– strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem twornika .

Przy czym strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem twornika jest równy iloczynowi liczby zwojów uzwojenia twornika i strumienia magnetycznego zastępczego uzwojenia twornika odpowiadającego .

Strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem twornika jest wyrażony wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.17) |

gdzie:

– strumień magnetyczny zastępczy uzwojenia twornika odpowiadający ,

- liczba zwojów uzwojenia wzbudzenia .

Ostatnim z pojęć jest indukcyjność własna obwodu twornika. Jest ona wyrażona jako stosunek strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem twornika do prądu płynącego przez uzwojenie twornika.

Indukcyjność własna obwodu twornika jest wyrażona wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.18) |

Po przekształceniu wzoru (2.18) otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.19) |

Podstawiając (2.19) do wzoru (2.16), po przekształceniu otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.20) |

Podstawiając uzyskane zależności składające się na siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu twornika otrzymujemy napięcie na indukcyjności obwodu twornika:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.21) |

Po rozwinięciu prawa opisującego podsystem elektryczny obwodu twornika (2.6) o rozwinięte wzory na napięcie na rezystancji uzwojenia twornika oraz na napięcie na indukcyjności obwodu twornika otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.22) |

Do prawa opisującego podsystem elektryczny obwodu wzbudzenia należy wprowadzić pojęcia takie jak: napięcie na rezystancji uzwojenia wzbudzenia, siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu wzbudzenia oraz indukcyjność własna obwodu wzbudzenia.

Napięcie na rezystancji uzwojenia wzbudzenia jest wyrażone wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.21) |

gdzie:

– rezystancja uzwojenia wzbudzenia ,

- prąd płynący przez uzwojenie wzbudzenia .

W wirujących maszynach elektrycznych napięcie na indukcyjności obwodu wzbudzenia jest w rzeczywistości siłami elektromotorycznymi indukowanymi w tym uzwojeniu.

Napięcie na indukcyjności obwodu wzbudzenia można wyrazić wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.22) |

gdzie:

- siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu wzbudzenia .  
  
Sama siła elektromotoryczna indukowana w uzwojeniu wzbudzenia jest wyrażona jako suma składowej wynikającej ze zmian w czasie strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wzbudzenia i składowej wynikającej z ruchów zwojów uzwojenia wzbudzenia względem jakiegoś strumienia.

Siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu wzbudzenia można wyrazić wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.23) |

gdzie:

- siła elektromotoryczna indukowana transformacji uzwojenia wzbudzenia ,

– siła elektromotoryczna indukowana rotacji uzwojenia wzbudzenia .

Założenia: dla badanego silnika składowa wynikająca z ruchów zwojów uzwojenia wzbudzenia względem jakiegoś zewnętrznego strumienia magnetycznego jest równa zero.

Składowa wynikająca z ruchów zwojów uzwojenia wzbudzenia względem jakiegoś zewnętrznego strumienia magnetycznego [4]:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (2.24) |

Ponadto dla uzwojenia wzbudzenia trzeba przyjąć założenie, że z uzwojeniem wzbudzenia sprzężone są jedynie linie strumienia magnetycznego wytwarzanego przez to uzwojenie.

Siła elektromotoryczna indukowana transformacji uzwojenia wzbudzenia wyrażona jest wzorem [3]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.25) |

gdzie:

– strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem wzbudzenia .

Przy czym strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem wzbudzenia jest równy iloczynowi liczby zwojów uzwojenia wzbudzenia i strumienia magnetycznego zastępczego uzwojenia wzbudzenia odpowiadającego .

Strumień magnetyczny sprzężony z uzwojeniem wzbudzenia jest wyrażony wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.26) |

gdzie:

– strumień magnetyczny zastępczy uzwojenia wzbudzenia odpowiadający ,

- liczba zwojów uzwojenia wzbudzenia .

Ostatnim z pojęć jest indukcyjność własna obwodu wzbudzenia. Jest ona wyrażona jako stosunek strumienia magnetycznego sprzężonego z uzwojeniem wzbudzenia do prądu płynącego przez uzwojenie wzbudzenia.

Indukcyjność własna obwodu wzbudzenia jest wyrażona wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.27) |

Po przekształceniu wzoru (2.27) otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.28) |

Podstawiając (2.28) do wzoru (2.25), po przekształceniu otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.29) |

Podstawiając uzyskane zależności składające się na siłę elektromotoryczną indukowaną w uzwojeniu wzbudzenia otrzymujemy napięcie na indukcyjności obwodu wzbudzenia:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.30) |

Po rozwinięciu prawa opisującego podsystem elektryczny obwodu wzbudzenia (2.7) o rozwinięte wzory na napięcie na rezystancji uzwojenia wzbudzenia oraz na napięcie na indukcyjności obwodu wzbudzenia otrzymujemy:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.31) |

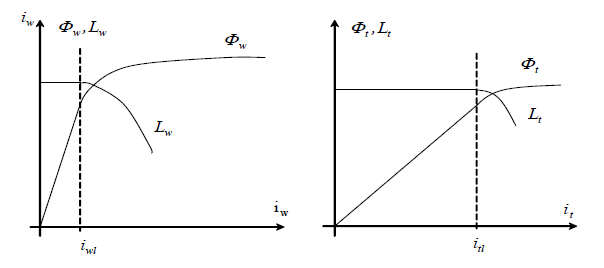
Po zestawieniu i uporządkowaniu zależności opisujących trzy podsystemy obcowzbudnego silnika prądu stałego otrzymujemy następujący model:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.32) |

Uzyskany model kategoryzujemy jako: parametryczny, dynamiczny, ciągły, nieliniowy, o parametrach skupionych, niestacjonarny, deterministyczny.

Uproszenia modelu:

W pewnym obszarze zmian prądu wzbudzenia i twornika związane z nimi charakterystyki magnesowania są liniowe (patrz rysunek 2.8) [4].

**

*Rys. 2.8 Uniwersalne charakterystyki magnesowania* [4]

Silnik ma pracować w obszarze liniowych części charakterystyk magnesowania zarówno

dla obwodu twornika jak wzbudzenia [4].

Przy powyższych założeniach otrzymujemy [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.33) |
|  | (2.34) |
|  | (2.35) |
|  | (2.36) |

Stosując uproszczenia (2.33) oraz (2.34) można zmodyfikować zależności na moment napędowy (2.8) i siłę elektromotoryczną indukowaną rotacji dla uzwojenia twornika (2.15).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| , | (2.37) | | |
| , | | (2.38) |

Ponadto wprowadzając pojęcie indukcyjności rotacji można uprościć zależności składające się na model końcowy. Przy zastosowaniu jednostek SI i prędkości kątowej stałe i są sobie równe.

Indukcyjność rotacji można wyrazić wzorem [4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.39) |

Podstawiając zależności (2.37), (2.38) i (2.39) do (2.32) otrzymujemy uproszczony model obcowzbudnego silnika prądu stałego:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.40) |

Otrzymano model: parametryczny, dynamiczny, ciągły, nieliniowy, o parametrach skupionych, stacjonarny, deterministyczny. Model traktowany jest jako model stanu. Na potrzeby analizy wyróżniono sygnały wejściowe i zmienne stanu.

Wejścia:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.41) |

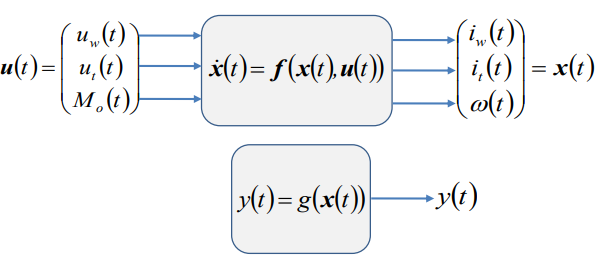
Zmienne stanu:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.42) |

Wyjścia:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.43) |

Schemat modelu przedstawiono na rysunku 2.9.



*Rys. 2.9 Schemat modelu* [4]

Przystosowany model do implementacji w środowisku Matlab/SIMLINK:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.44) |

## 2.3 Dobór parametrów obiektu

Na podstawie katalogu silników firmy ABB przyjęto dane obcowzbudnego silnika prądu stałego DMI 250L 3BSM003050-GDA (patrz tabela 2.1) [9].

Tabela 2.1. Parametry obcowzbudnego silnika prądu stałego

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Parametr | Symbol | Wartość | Jednostka |
| Moc znamionowa |  |  |  |
| Napięcie znamionowe twornika |  |  |  |
| Napięcie znamionowe wzbudzenia |  |  |  |
| Prąd znamionowy twornika |  |  |  |
| Prąd znamionowy wzbudzenia |  |  |  |
| Rezystancja twornika |  |  |  |
| Indukcyjność twornika |  |  |  |
| Znamionowy moment napędowy |  |  |  |
| Znamionowa prędkość obrotowa |  |  |  |
| Moment bezwładności |  |  |  |
| Klasa |  |  |  |
| Waga |  |  |  |

Do przeprowadzenia symulacji sterowania obiektem potrzebne są nieuwzględnione w katalogu parametry określone przez model obiektu. Dla określenia brakujących parametrów potrzebne są zakresy danych wejściowych mieszczące się w części liniowej charakterystyk magnesowania.

Kryterium liniowości charakterystyk magnesowania jest spełnione, gdy prąd wzbudzenia jest dostatecznie niski, aby nie wystąpiło nasycenie magnetyczne rdzenia. Strumień magnetyczny jest liniowo zależny od prądu wzbudzenia, natomiast siła elektromotoryczna i moment elektromagnetyczny wykazują liniową zależność od prądu wzbudzenia i prądu twornika. W obcowzbudnych silnikach prądu stałego liniowość kończy się, gdy materiał magnetyczny w rdzeniu osiąga punkt nasycenia, co skutkuje nieliniowym wzrostem strumienia względem prądu wzbudzenia [8].

Dla większości obcowzbudnych silników prądu stałego punkt nasycenia pojawia się przy około 1,5 do 2,0 razy prąd nominalny wzbudzenia [8]. Do obliczeń przyjmiemy dolną granicę współczynnika dla pewności, że nie przekroczony zostanie punkt nasycenia.

Maksymalny prąd wzbudzenia, dla którego charakterystyka magnesowania jest liniowa [8]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.45) |

Przy prądzie wzbudzenia o niskiej wartości strumień magnetyczny obwodu wzbudzenia może nie być jeszcze stabilny, dlatego należy założyć minimalną wartość [7].

Minimalny prąd wzbudzenia, dla którego charakterystyka magnesowania jest liniowa [7]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.46) |

Rezystancja obwodu wzbudzenia wyznaczona z prawa Ohma [7]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.47) |

Do obliczenia indukcyjności uzwojenia wzbudzenia wprowadzono wzór na stałą czasową obwodu wzbudzenia [8]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.48) |

Dla dużych silników stała czasowa uzwojenia wzbudzenia wynosi średnio 1,5 sekundy [8].

Po przekształceniu zależności (2.48) otrzymano indukcyjność uzwojenia wzbudzenia:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.49) |

Maksymalny prąd twornika, dla którego charakterystyka magnesowania jest liniowa wyznaczany jest analogicznie jak w przypadku prądu wzbudzenia. Natomiast z racji sterowania silnikiem za pomocą regulacji napięcia twornika minimalny prąd twornika jest równy zero.

Maksymalny prąd twornika, dla którego charakterystyka magnesowania jest liniowa [8]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.50) |

Minimalny prąd twornika:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.51) |

Sterowanie silnikiem odbywa się za pomocą regulacji napięcia twornika. Podczas badań przyjęto zakres sterowania silnikiem od 0 do 440 [V], dla których silnik osiąga wartość prądu twornika 503A, co mieści się w granicach liniowej charakterystyki magnesowania. Natomiast napięcie wzbudzenia przyjęto jako stałą wartość 220 [V].

Indukcyjność wynikająca ze stałych konstrukcyjnych wyznaczona została empirycznie na podstawie literatury [6].

W maszynach prądu stałego indukcyjność twornika składa się z dwóch części [6]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.52) |

gdzie,

- indukcyjność wynikająca z głównego strumienia magnetycznego (pola wzbudzenia) .

Przyjmuje się, że pole magnetyczne główne stanowi 90% całkowitej indukcyjności wynikającej z głównego strumienia magnetycznego (pola wzbudzenia) [6].

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.53) |
|  | (2.54) |

Do badań określono zakres zmian momentu oporowego wiedząc , że moment napędowy jest równy sile, którą silnik generuje w celu pokonania oporów. Jeśli silnik jest w stanie równowagi, na przykład w stanie pracy ciągłej, to moment napędowy musi równoważyć moment oporowy. Dlatego przyjęto, że moment oporowy w stanie roboczym jest w przybliżeniu równy momentowi napędowemu. Wartość momentu oporowego może się zmieniać w zależności od obciążenia silnika, temperatury, a także innych zmiennych, takich jak tarcie w układzie mechanicznym. Jednak w praktyce przyjmuje się, że w typowych warunkach pracy, moment oporowy nie odbiega znacząco od momentu roboczego w zakresie liniowej charakterystyki silnika [5].

Jako wyjście układu analizowana będzie prędkość kątowa silnika. Oczekiwaną wartością prędkości kątowej przy założeniu znamionowych danych wejściowych jest:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.55) |

Parametry modelu oraz zakresy wartości danych wejściowych przedstawiono w tabeli 2.2.

Tabela 2.2. Parametry modelu oraz zakresy wartości danych wejściowych

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Parametr | Symbol | Wartość | Jednostka |
| Napięcie twornika |  |  |  |
| Napięcie wzbudzenia |  |  |  |
| Moment oporowy |  |  |  |
| Indukcyjność |  |  |  |
| Moment bezwładności |  |  |  |
| Indukcyjność twornika |  |  |  |
| Indukcyjność wzbudzeni |  |  |  |
| Rezystancja twornika |  |  |  |
| Rezystancja wzbudzenia |  |  |  |

# WYKAZ LITERATURY

1. Ronkowski M., Michna M., Kostro G., Kutt F. (2011). Maszyny elektryczne wokół nas. Zastosowanie, budowa, modelowanie, charakterystyki, projetowanie. Wydanie I. Politechnika Gdańska, Gdańsk
2. Silnik obcowzbudny prądu stałego, <http://kener.elektr.polsl.pl/epedlab/lect.php?no=b3&l=pl> (dostęp na dzień 10.12.2024r,)
3. Sołbut A. (2019). Maszyny elektryczne 2, Maszyny prądu stałego, Maszyny synchroniczne. Politechnika Białostocka, Białystok
4. Duzinkiewicz K. (2016). Modelowanie i podstawy identyfikacji – Modelowanie fenomenologiczne. Katedra Inżynierii Systemów Sterowania. Politechnika Gdańska
5. Huges A. Electric Motors and Drives: Fundamentals, Types and Applications. Newnes (Elsevier)
6. Nasar, S. A. (2002). Electric Machines and Power Systems Volume I. CRC Press.
7. **Kaczmarek B.K. (2009). Maszyny elektryczne.** wyd. WNT
8. P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff – Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, Wiley.
9. ABB - Katalog silników prądu stałego, <https://search.abb.com/library/Download.aspx?DocumentID=3BSM003046-1_1&LanguageCode=en&DocumentPartId=&Action=Launch> (dostęp na dzień 10.12.2024r,)